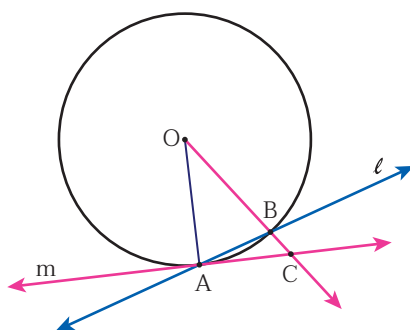




การพิสูจน์

ทฤษฎีบท ถ้าเส้นตรงเส้นหนึ่งตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดจุดหนึ่งบนเส้นรอบวง แล้วเส้นตรงเส้นนั้นจะเป็นเส้นสัมผัสวงกลมที่จุดดังกล่าว

แนวคิดในการพิสูจน์ ให้ ℓ เป็นเส้นตรงที่ตั้งฉากกับรัศมี OA ของวงกลม O ที่จุด A



สมมติว่า ℓ ไม่ใช่เส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด A

ดังนั้น ℓ จะตัดวงกลม O อีกจุดหนึ่ง ให้จุดนั้นเป็นจุด B

จาก $\triangle OAB$ จะได้ $\hat{OAB} = 90^\circ$

และ $\hat{AOB} + \hat{ABO} = 90^\circ$

ให้ m เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O ที่จุด A

ลาก OB ตัดกับ m ที่จุด C

โดยทฤษฎีบทที่ว่า เส้นสัมผัสวงกลมจะตั้งฉากกับรัศมีของวงกลมที่จุดสัมผัส

ดังนั้น จาก $\triangle OAC$ จะได้ $\hat{OAC} = 90^\circ$

และ $\hat{AOC} + \hat{ACO} = 90^\circ$

ดังนั้น $\hat{AOB} + \hat{ABO} = \hat{AOC} + \hat{ACO} = 90^\circ$

จะได้ $\hat{ABO} = \hat{ACO}$

ทำให้ขัดแย้งกับทฤษฎีบทเกี่ยวกับมุมภายนอกของรูปสามเหลี่ยม

ซึ่งจะได้ว่า $\hat{ABO} = \hat{ACO} + \hat{BAC}$

ทำให้ ℓ ตัดวงกลม O ที่จุด A เพียงจุดเดียว

นั่นคือ ℓ เป็นเส้นสัมผัสวงกลม O และมีจุด A เป็นจุดสัมผัส