

## แผนการจัดการเรียนรู้

รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม

ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4

หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม

เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ(ต่อ)

เวลา 1 ชั่วโมง

### ผลการเรียนรู้

1. เข้าใจลักษณะกราฟฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา
2. แก้สมการเอกซ์โพเนนเชียลและสมการลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

### สาระสำคัญ

บทนิยามของเลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็น  $\frac{1}{n}$  เมื่อ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1

บทนิยาม 5 ให้  $a$  เป็นจำนวนจริง และ  $n$  เป็นจำนวนเต็มที่มากกว่า 1 ถ้า  $a$  มีรากที่  $n$  แล้ว

$$a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$$

ในกรณีที่  $a \geq 0$  สามารถนิยาม  $a^{\frac{1}{n}}$  ได้เสมอ

ในกรณีที่  $a < 0$  จะนิยามเฉพาะกรณีที่  $n$  เป็นจำนวนคี่

บทนิยาม 6 ให้  $a$  เป็นจำนวนจริง โดยที่  $a \neq 0$  และ  $r$  เป็นจำนวนตรรกยะ เขียน  $r = \frac{p}{q}$

โดยที่  $p, q$  เป็นจำนวนเต็ม ซึ่ง  $q > 0$  และ ห.ร.ม. ของ  $p$  และ  $q$  เป็น 1 ถ้า  $a^{\frac{1}{q}}$  เป็นจำนวนจริงแล้ว

$$a^r = a^{\frac{p}{q}} = \left( a^{\frac{1}{q}} \right)^p$$

ทฤษฎีบท 6 ให้  $m$  และ  $n$  เป็นจำนวนตรรกยะ  $a$  และ  $b$  เป็นจำนวนจริงที่ไม่เป็น 0

โดยที่  $a^m$ ,  $a^n$  และ  $b^n$  เป็นจำนวนจริง จะได้

$$1. \quad a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$2. \quad (a^m)^n = a^{mn}$$

$$3. \quad (ab)^n = a^n b^n$$

$$4. \quad \left( \frac{a}{b} \right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$5. \quad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

## จุดประสงค์การเรียนรู้

1. นักเรียนสามารถใช้บทนิยาม และทฤษฎีบทของเลขยกกำลังแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์ได้
2. นักเรียนสามารถสรุปหลักการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ และใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการตรวจคำตอบ

## สาระการเรียนรู้

1. การแก้สมการโดยวิธียกกำลังสองจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับของสมการ คำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบของสมการที่ยกกำลังสองแล้ว ซึ่งบางคำตอบอาจไม่ใช่คำตอบของสมการเดิม จึงต้องมีการตรวจสอบคำตอบที่ได้เสมอว่าเป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้หรือไม่
2. สูตรกำลังสองสมบูรณ์

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

ตัวอย่างที่ 1 จงหาเซตคำตอบของสมการ  $\sqrt{2x + 3} = x$

วิธีทำ จาก  $\sqrt{2x + 3} = x$

จะได้  $2x + 3 = x^2$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$(x - 3)(x + 1) = 0$$

ดังนั้น  $x = 3$  หรือ  $x = -1$

ตรวจสอบค่า  $x$  ที่ได้ว่าค่าใดสอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

กรณี  $x = 3$

แทน  $x$  ด้วย 3 ใน  $\sqrt{2x + 3}$

จะได้  $\sqrt{2(3) + 3} = \sqrt{9} = 3$  เป็นจริง

แสดงว่า 3 สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

กรณี  $x = -1$

แทน  $x$  ด้วย -1 ใน  $\sqrt{2x + 3}$

จะได้  $\sqrt{2(-1) + 3} = \sqrt{1} = 1$

ซึ่ง  $1 \neq -1$  เป็นเท็จ

แสดงว่า -1 ไม่สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ คือ  $\{3\}$

ตัวอย่างที่ 2 จงหาเซตคำตอบของสมการ  $\sqrt{x+7} - \sqrt{8-2x} = 1$

วิธีทำ จาก  $\sqrt{x+7} - \sqrt{8-2x} = 1$

จะได้  $\sqrt{8-2x} = \sqrt{x+7} - 1$

$$8 - 2x = x + 7 - 2\sqrt{x+7} + 1$$

$$8 - 2x = x + 8 - 2\sqrt{x+7}$$

$$2\sqrt{x+7} = 3x$$

$$4(x+7) = 9x^2$$

$$9x^2 - 4x - 28 = 0$$

$$(9x+14)(x-2) = 0$$

ดังนั้น  $x = 2$  หรือ  $x = -\frac{14}{9}$

ตรวจสอบค่า  $x$  ที่ได้ว่าค่าใดสอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

กรณี  $x = 2$

แทน  $x$  ด้วย 2 ใน  $\sqrt{x+7} - \sqrt{8-2x}$

จะได้  $\sqrt{2+7} - \sqrt{8-2(2)} = \sqrt{9} - \sqrt{4} = 3 - 2 = 1$  เป็นจริง

แสดงว่า 2 สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

กรณี  $x = -\frac{14}{9}$

แทน  $x$  ด้วย  $-\frac{14}{9}$  ใน  $\sqrt{x+7} - \sqrt{8-2x}$

จะได้  $\sqrt{-\frac{14}{9}+7} - \sqrt{8-2(-\frac{14}{9})} = \sqrt{\frac{49}{9}} - \sqrt{\frac{100}{9}} = \frac{7}{3} - \frac{10}{3} = -1$

ซึ่ง  $-1 \neq -\frac{14}{9}$  เป็นเท็จ

แสดงว่า  $-\frac{14}{9}$  ไม่สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้

ดังนั้น เซตคำตอบของสมการ คือ  $\{2\}$

ตัวอย่างที่ 3 จงหาเซตคำตอบของสมการ  $\sqrt{x+5} = \sqrt{x-4}$

วิธีทำ จาก  $\sqrt{x+5} = \sqrt{x-4}$

จะได้  $x+5 = x-4$

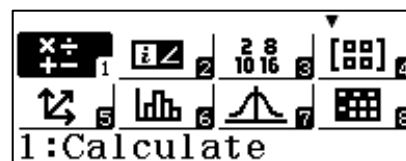
$$5 = -4 \quad \text{เป็นเท็จ}$$

ดังนั้น ไม่มีคำตอบของสมการ

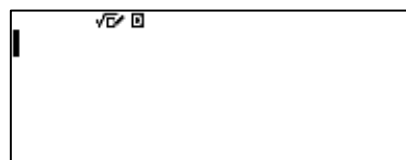
## กระบวนการจัดการเรียนรู้

1. ครูทบทวนการใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการพิมพ์กรณ์ และการแก้สมการ ดังนี้

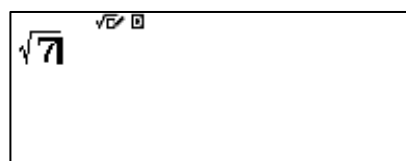
a. กดปุ่ม **MENU**



b. กด **1** เพื่อเลือกเมนู Calculate

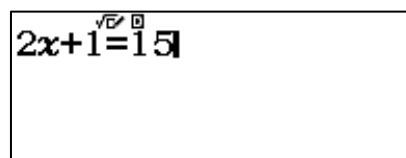


c. ให้นักเรียน พิมพ์  $\sqrt{7}$  ให้กดปุ่ม  **$\sqrt{\square}$**  **7**



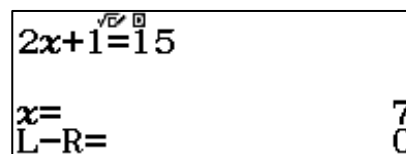
d. ให้นักเรียนพิมพ์สมการ  $2x + 1 = 15$

โดยกด **2** **x** **+** **1** **ALPHA** **CALC** **1** **=**



e. ให้นักเรียนหาคำตอบของสมการ ให้กดปุ่ม

**SHIFT** **CALC** **=** หน้าจอแสดงผลลัพธ์ ดังนี้



2. ครูให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz หาค่าของ x ในใบกิจกรรมที่ 5 เรื่อง ตามล่าหาค่า x (ขั้นการสำรวจ)
3. นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ระหว่างสมการและคำตอบของสมการโดยการตอบคำถามท้ายใบงาน (ขั้นการหาความสัมพันธ์)
4. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปวิธีการแก้สมการในรูปแบบทฤษฎี และครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณ์ โดยยกตัวอย่างที่ 1 และ 2 และใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการตรวจคำตอบ (ขั้นการสรุปความสัมพันธ์)
5. นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 5 เพื่อเพิ่มความเข้าใจในการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณ์ โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ แต่สามารถใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการตรวจสอบคำตอบได้เท่านั้น นักเรียนต้องซื่อสัตย์ต่อตนเอง เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูสุ่มเรียกนักเรียนเฉลยทีละข้อ เพื่อให้ นักเรียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ (ขั้นการฝึกทักษะ)

6. นักเรียนนำความรู้ไปใช้ในการแก้โจทย์ปัญหาในชีวิตประจำวันโดยทำแบบฝึกทักษะ ข้อที่ 13 เมื่อนักเรียนทำเสร็จแล้วครูสุ่มเรียกนักเรียนเฉลยทีละข้อ เพื่อให้นักเรียนอธิบายแนวคิดในการหาคำตอบ (ขั้นประยุกต์ใช้ในชีวิตประจำวัน)

7. ครูกยกตัวอย่าง โดยใช้การถามตอบเพื่อแนะนำสิ่งที่นักเรียนมักเข้าใจผิด (ขั้นการแสดงผลโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน) เช่น

7.1 ให้นักเรียนพิจารณาการแก้สมการต่อไปนี้ (ให้ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ตรวจสอบได้)

$$\begin{array}{rcl} \sqrt{2x-1} & = & \sqrt{x-2} \\ \text{จะได้} \quad 2x-1 & = & x-2 \\ 2x-x & = & -2+1 \\ x & = & -1 \\ \text{ดังนั้น เซตคำตอบ คือ } & & \{-1\} \end{array}$$

ครูให้นักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าคำตอบที่ได้ถูกต้องหรือไม่ เพื่อให้ได้ข้อสรุปว่าคำตอบที่ได้ไม่ถูกต้อง เนื่องจากเมื่อตรวจสอบค่า  $x$  ที่ได้ในสมการพบว่าไม่สอดคล้องกับสมการที่กำหนดให้ ดังนั้นในการแก้สมการลักษณะนี้นักเรียนจะต้องตรวจสอบคำตอบที่ได้ทุกครั้ง

7.2 ให้นักเรียนพิจารณาการแก้สมการต่อไปนี้ (ให้ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ตรวจสอบได้)

$$\begin{array}{rcl} \sqrt{x+1} & = & \sqrt{x-2} \\ \text{จะได้} \quad x+1 & = & x-2 \\ x-x & = & -2-1 \\ 0 & = & -3 \quad \text{เป็นเท็จ} \\ \text{ดังนั้น เซตคำตอบ คือ } & & \{ \} \end{array}$$

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าเมื่อแก้สมการแล้วได้คำตอบที่สองข้างของสมการเป็นค่าคงที่ ที่มีค่าไม่เท่ากัน แสดงว่าสมการดังกล่าวไม่มีคำตอบหรือเซตคำตอบของสมการคือเซตว่างนั่นเอง

7.3 ครูให้นักเรียนพิจารณาการแก้สมการต่อไปนี้ (ให้ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ตรวจสอบได้)

$$\begin{array}{rcl} \sqrt{x+1} & = & -2 \\ \text{จะได้} \quad x+1 & = & 4 \\ x & = & 4-1 \\ x & = & 3 \\ \text{ดังนั้น เซตคำตอบ คือ } & & \{3\} \end{array}$$

ครูและนักเรียนร่วมกันอภิปรายว่าการแก้สมการดังกล่าวไม่ถูกต้อง เนื่องจาก  $\sqrt{x+1} \geq 0$  ทุกจำนวนจริง  $x$  ดังนั้นสมการ  $\sqrt{x+1} = -2$  จึงไม่มีคำตอบ

8. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์ ดังนี้ “การแก้สมการโดยวิธียกกำลังสองจำนวนทั้งสองข้างของเครื่องหมายเท่ากับของสมการ คำตอบที่ได้จะเป็นคำตอบของสมการที่ยกกำลังสองแล้ว ซึ่งบางคำตอบอาจไม่ใช่คำตอบของสมการเดิม จึงต้องมีการตรวจสอบคำตอบที่ได้เสมอว่าเป็นคำตอบของสมการที่กำหนดให้หรือไม่”

### สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 5 ตามล่าหาค่า  $x$
3. แบบฝึกทักษะที่ 5
4. หนังสือเรียน สสวท. รายวิชาเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

### การวัดผลและการประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 5
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 5
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

ใบกิจกรรมที่ 5

เรื่อง ตามล่าหาค่า  $x$

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการหาคำตอบทุกข้อ

ข้อที่	สมการ	คำตอบของสมการ
1	$\sqrt{x} = 1$	
2	$\sqrt{x} = 2$	
3	$\sqrt{x} = 3$	
4	$\sqrt{x} = 5$	
5	$\sqrt{x} = 17$	
6	$\sqrt{x} = 19$	
7	$\sqrt{x} = 23$	
8	$\sqrt{x} = 0$	
9	$\sqrt{x} = \frac{3}{4}$	
10	$\sqrt{x} = -1$	

จากตารางข้างต้น

เมื่อ  $a \geq 0$  ถ้า  $\sqrt{x} = a$  แล้ว  $x = \dots\dots\dots$

เมื่อ  $a < 0$  ถ้า  $\sqrt{x} = a$  แล้ว พบว่า  $\dots\dots\dots$

$\dots\dots\dots$

## แบบฝึกทักษะที่ 5

### เรื่อง เลขยกกำลังที่มีเลขชี้กำลังเป็นจำนวนตรรกยะ

คำชี้แจง ให้นักเรียนแสดงการคำนวณหาค่าต่อไปนี้ โดยไม่ใช่เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

จงแก้สมการที่มีเครื่องหมายกรณฑ์ โดยไม่ใช่เครื่องคำนวณ สามารถใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการตรวจสอบคำตอบได้เท่านั้น

1.  $\sqrt{x} - 8 = 0$

.....

.....

.....

.....

2.  $\sqrt{5x+1} + 6 = 10$

.....

.....

.....

.....

3.  $\sqrt{r^2+5} = r$

.....

.....

.....

.....

4.  $\sqrt{x+7} = x - 5$

.....

.....

.....

.....



$$5. \sqrt{x-7} = \sqrt{3x+1}$$

.....

.....

.....

$$6. \sqrt{x+1} - \sqrt{x} = 2$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$7. \sqrt{x-3} = \sqrt{x} - 3$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$8. \sqrt{x+12} + \sqrt{x} = 2$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$9. -\sqrt{x^2+21} = x+3$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$10. \quad \sqrt{3x+4} + \sqrt{3x-5} = 9$$

.....

.....

.....

.....

$$11. \quad \sqrt{4x+1} - \sqrt{x-2} = \sqrt{x+3}$$

.....

.....

.....

.....

.....

$$12. \quad \sqrt{x+7} + \sqrt{x+2} = \sqrt{6x+13}$$

.....

.....

.....

.....

.....

13. เมื่อ ค.ศ.1609 – 1618 โยฮันเนส เคพเลอร์ (Johannes Kepler) นักดาราศาสตร์ชาวเยอรมัน ได้สร้างกฎของเคพเลอร์ ( Kepler's Laws) ซึ่งสามารถหาระยะทางเฉลี่ยจากดาวเคราะห์ไปยังดวงอาทิตย์ได้จากสมการ  $a = p^{\frac{2}{3}}$  เมื่อ  $a$  แทนระยะทางเฉลี่ยจากดาวเคราะห์ไปยังดวงอาทิตย์ มีหน่วยเป็น AU (Astronomical Unit) และ  $p$  แทนเวลาที่ดาวเคราะห์โคจรรอบดวงอาทิตย์ 1 รอบ มีหน่วยเป็นปี จงหาว่า (ระยะทาง 1 หน่วยดาราศาสตร์(AU) คือ ระยะทางเฉลี่ยจากโลกถึงดวงอาทิตย์ ซึ่งมีค่าประมาณ  $1,496 \times 10^{11}$  เมตร)

13.1 ดาวเนปจูนมีเวลาโคจรรอบดวงอาทิตย์ประมาณ 165 ปี จะมีระยะทางเฉลี่ยจากดาวเนปจูนไปยังดวงอาทิตย์เป็นเท่าใด

.....

.....

.....

.....

.....

.....

13.2 ดาวศุกร์มีระยะทางเฉลี่ยไปยังดวงอาทิตย์เป็น 0.72 AU ดาวศุกร์จะมีเวลาโคจรรอบดวงอาทิตย์กี่ปี

.....

.....

.....

.....

.....

.....