

### สาระที่ 1 จำนวนและพีชคณิต

มาตรฐาน ค 1.2 เข้าใจและวิเคราะห์แบบรูป ความสัมพันธ์ ฟังก์ชัน ลำดับและอนุกรม และนำไปใช้

ตัวชี้วัด ค 1.2 ม.5/2 เข้าใจและนำความรู้เกี่ยวกับลำดับและอนุกรมไปใช้

### สาระสำคัญ

#### อนุกรม

ถ้า  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับจำกัดที่มี  $n$  พจน์ จะเรียกการเขียนแสดงการบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับในรูป  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  ว่า อนุกรมจำกัด (finite series)

ให้  $S_n$  แทนผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรม นั่นคือ

$$S_1 = a_1$$

$$S_2 = a_1 + a_2$$

$$S_3 = a_1 + a_2 + a_3$$

$$S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$$

อนุกรมที่ได้จากลำดับเลขคณิต เรียกว่า อนุกรมเลขคณิต (arithmetic series)

ให้  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$  เป็นลำดับเลขคณิต ซึ่งมี  $d$  เป็นผลต่างร่วม ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต

$$\text{คือ } S_n = \frac{n}{2} \{2a_1 + (n-1)d\} \text{ หรือ } S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

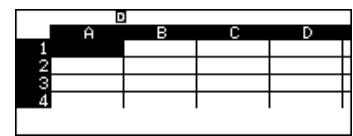
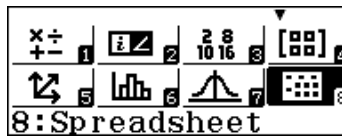
### จุดประสงค์การเรียนรู้

นักเรียนสามารถหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตได้

## กระบวนการจัดการเรียนรู้

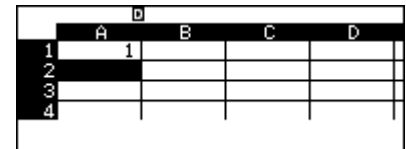
1. ครูสนทนาเกี่ยวกับการเขียนแสดงการบวกของพจน์ทุกพจน์ของลำดับในรูป  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  เรียกว่าอนุกรมจำกัด และอนุกรมที่ได้จากลำดับเลขคณิตจะเรียกว่าอนุกรมเลขคณิต จากนั้นครูแจ้งจุดประสงค์การเรียนรู้ให้นักเรียนสามารถหาผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิตได้
2. ครูให้นักเรียนแบ่งกลุ่ม 3 – 5 คน เพื่อทำใบกิจกรรมที่ 3 โดยให้นักเรียนในแต่ละกลุ่มใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ในการสำรวจคำตอบและให้นักเรียนในกลุ่มร่วมกันอภิปรายถึงข้อค้นพบในแต่ละข้อในใบกิจกรรมที่เกิดขึ้นเพื่อตอบคำถามท้ายข้อในแต่ละข้อ (ขั้นการสำรวจและหาความสัมพันธ์)
3. ครูให้นักเรียนนำเสนอผลจากการอภิปราย จากใบกิจกรรมที่ 3 ดังนี้
4. จากใบกิจกรรมที่ 3 ข้อที่ 1 มีแนวทางการหาคำตอบดังนี้

1) **👉 MENU 8 : Spreadsheet**

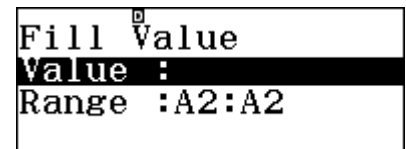
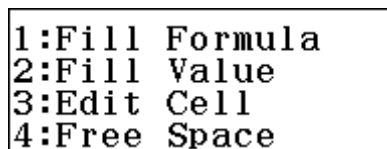


2) ใน Column A จะป้อนค่า  $n$  ตั้งแต่ 1 – 10 ทำดังนี้

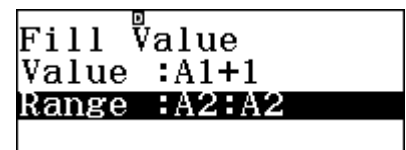
- ใน cell A1 ป้อน 1 กด **1** **=**



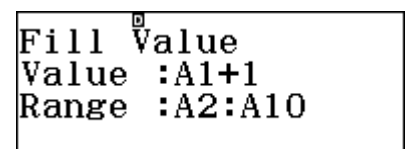
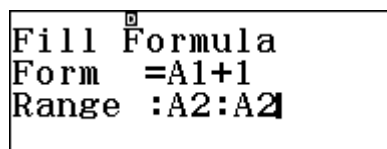
- ใน cell A2 กด **OPTN** **1**




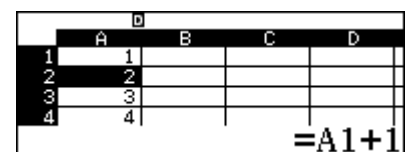
- ป้อนสูตร กด **ALPHA** **(-)** **1** **+** **1** **=**





- กำหนด Range A2:A10 กด         



- กด   ใน Column A จะแสดงค่า A1 – A10



3) ใน Column B จะป้อนค่า ลำดับเลขคณิต  $a_1 = 7$  และ  $d = 3$  ดังนี้

- เลื่อนแถบไปยัง Cell B1  

	A	B	C	D
1	1			
2	2			
3	3			
4	4			

- ใน Cell B1 ป้อนค่า  $a_1 = 7$  กด **7** **=**

	A	B	C	D
1	1	7		
2	2			
3	3			
4	4			

- ใน cell B2 กด **OPTN** **1**

```
1:Fill Formula
2:Fill Value
3>Edit Cell
4:Free Space
```

```
Fill Formula
Form =
Range :B2:B2
```

- ป้อนสูตร กด **ALPHA** **□** **1** **+** **3** **=**

```
Fill Formula
Form =B1+3
Range :B2:B2
```

- กำหนด Range B2:B10 กด       **DEL** **1** **0**

```
Fill Formula
Form =B1+3
Range :B2:B2
```

```
Fill Formula
Form =B1+3
Range :B2:B10
```

- กด **=** **=** หน้า Column B จะแสดงค่า B1 – B10

```
Fill Formula
Form =B1+3
Range :B2:B10
```

	A	B	C	D
1	1	7		
2	2	10		
3	3	13		
4	4	16		

=B1+3

4) ให้นักเรียนตรวจสอบค่าใน Column B ว่าเป็นลำดับเลขคณิตที่  $a_1 = 7$  และ  $d = 3$

5) ใน Column C จะป้อนค่า  $S_n$  ดังนี้

- เลื่อนแถบไปยัง Cell C1  

	A	B	C	D
1	1	7		
2	2	10		
3	3	13		
4	4	16		

- ใน Cell C1 กด **OPTN** **1**

```
1:Fill Formula
2:Fill Value
3>Edit Cell
4:Free Space
```

```
Fill Formula
Form =
Range :C1:C1
```

- ป้อนสูตรผลรวมกด **OPTN** **▼** **4**

1:\$ 2:Grab	1:Min 2:Max 3:Mean 4:Sum	Fill Formula Form =Sum( Range :C1:C1
----------------	-----------------------------------	--

- ระบุ Form ของผลรวมกด

**OPTN** **1** **ALPHA** **⋮** **OPTN** **1** **1** **ALPHA** **∫=** **ALPHA** **⋮** **1** **)** **=**

Fill Formula Form =Sum(\$B\$1 Range :C1:C1	Fill Formula Form =◀\$B\$1:B1) Range :C1:C1	Fill Formula Form =Sum(\$B\$1:B Range :C1:C1
--	---	--

- กำหนด Range C1:C10 กด

**▶** **▶** **▶** **▶** **▶** **▶** **0**

Fill Formula Form =Sum(\$B\$1:B Range :C1:C10
---

กด **≡** **≡** หน้า Column C

จะแสดงค่า C1 – C10

	A	B	C	D
1	1	7	7	
2	2	10	17	
3	3	13	30	
4	4	16	46	
			=Sum(\$B\$1:B1)	

- 6) ใน Column D จะป้อนค่า  $\frac{n}{2}(a_1 + a_n)$  ดังนี้

- เลื่อนแถบไปยัง Cell D1 กด **▶**

	A	B	C	D
1	1	7	7	
2	2	10	17	
3	3	13	30	
4	4	16	46	

- ใน Cell D1 กด **OPTN** **1**

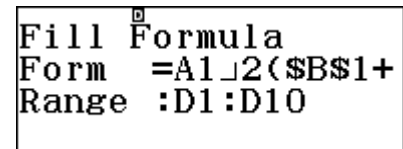
1:Fill Formula 2:Fill Value 3>Edit Cell 4:Free Space	Fill Formula Form = Range :D1:D1
---	--

- ป้อนสูตรกด

**ALPHA** **(-)** **1** **≡** **2** **(** **OPTN** **1** **ALPHA** **⋮** **OPTN** **1** **1** **+** **ALPHA** **⋮** **1** **)** **=**

Fill Formula Form =A1)2( Range :D1:D1	Fill Formula Form =◀)2(\$B\$1+ Range :D1:D1
Fill Formula Form =◀(\$B\$1+B1) Range :D1:D1	Fill Formula Form =A1)2(\$B\$1+ Range :D1:D1

- กำหนด Range D1:D10 กด



- กด   หน้า Column D

จะแสดงค่า D1 – D10

	A	B	C	D
1	1	7	7	7
2	2	10	17	17
3	3	13	30	30
4	4	16	46	46

7) ให้นักเรียนสำรวจค่าที่ได้และบันทึกลงในใบกิจกรรม และจะพบว่าค่าใน Column C จะเท่ากับค่า

ใน Column D จะได้ว่า  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

5. กิจกรรมข้อที่ 2) – 3) มีขั้นตอนการปฏิบัติเช่นเดียวกับกิจกรรมข้อ 1)

6. เมื่อทำกิจกรรมเสร็จทั้ง 3 ข้อ จะสร้างข้อคาดการณ์ได้ว่า

ผลบวก  $n$  พจน์แรกของอนุกรมเลขคณิต  $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n$  คือ  $\frac{n}{2}(a_1 + a_n)$

และถ้าแทนค่า  $a_n = a_1 + (n-1)d$  จะได้ผลบวกคือ  $\frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$

(ขั้นสรุปความสัมพันธ์)

7. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกทักษะที่ 3

### สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้

1. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz
2. ใบกิจกรรมที่ 3 เรื่องการหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิต
3. แบบฝึกทักษะที่ 3 เรื่องการหาผลบวกของอนุกรมเลขคณิต

### การวัดผลและประเมินผล

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 3
2. ประเมินจากการทำแบบฝึกทักษะที่ 3
3. ประเมินจากการตอบคำถามของนักเรียน

### ใบกิจกรรมที่ 3

#### เรื่อง ผลบวกของอนุกรมเลขคณิต

คำชี้แจง ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ทำกิจกรรมต่อไปนี้

- 1) กำหนดอนุกรมเลขคณิต  $a_1 = 7$  และ  $d = 3$  จงเติมตารางให้สมบูรณ์

n	$a_n$	$S_n$	$\frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

จากตารางในข้อที่ 1) จะสรุปได้ว่า

.....

.....

.....

2) กำหนดอนุกรมเลขคณิต  $a_1 = -13$  และ  $d = \frac{1}{5}$  จงเติมตารางให้สมบูรณ์

n	$a_n$	$S_n$	$\frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

จากตารางในข้อที่ 2) จะสรุปได้ว่า

.....

.....

.....

3) กำหนดอนุกรมเลขคณิต  $a_1 = 12.6$  และ  $d = -0.2$  จงเติมตารางให้สมบูรณ์

n	$a_n$	$S_n$	$\frac{n}{2}(a_1 + a_n)$
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			

จากตารางในข้อที่ 3) จะสรุปได้ว่า

.....

.....

.....

จากข้อ 1) – 3) จะสร้างข้อคาดการณ์ได้ว่า

.....

.....

.....



### แบบฝึกทักษะที่ 3

#### เรื่อง ผลบวกของอนุกรมเลขคณิต

- 1) กำหนดอนุกรมเลขคณิต  $a_1 = 17$  และ  $d = 3$  จงหาผลบวก 10 พจน์แรก

.....

.....

.....

.....

.....

- 2) กำหนดอนุกรมเลขคณิต  $a_1 = \frac{4}{5}$  และ  $d = -\frac{1}{2}$  จงหาผลบวก 20 พจน์แรก

.....

.....

.....

.....

.....

- 3) ให้อนุกรมเลขคณิตมี  $a_1 = 32$  และ  $d = \frac{1}{2}$  จงหาผลบวก  $n$  พจน์แรก

.....

.....

.....

.....

.....

- 4) ให้อนุกรมเลขคณิตมี  $S_{10} = 28$  และ  $a_1 = 10$  จงหา  $a_{10}$  และ  $d$

.....

.....

.....

.....

.....