**แผนการจัดการเรียนรู้**

**รายวิชาคณิตศาสตร์เพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 หน่วยการเรียนรู้ ฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียลและฟังก์ชันลอการิทึม**

**เรื่อง การเปลี่ยนฐานของลอการิทึ ม เวลา 1 ชั่วโมง**

**ผลการเรียนรู้**

### เข้าใจลักษณะกราฟของฟังก์ชันลอการิทึม และนำไปใช้ในการแก้ปัญหา

**สาระสำคัญ**

การเปลี่ยนฐานของลอการิทึมจากฐานหนึ่งไปยังอีกฐานหนึ่ง เช่น ต้องการเปลี่ยน ให้อยู่ในรูป ทำได้ดังนี้

ให้  เมื่อ  และ 

จะได้ว่า 

ดังนั้น  เมื่อ  และ 



จะได้ 

นั่นคือ  

ลอการิทึมแบบเนเปียร์ (Napierian logarithm) หรือ ลอการิทึมธรรมชาติ (natural logarithm) ในการเขียนลอการิทึมของ ฐาน นิยมเขียน แทน และอาจหาค่าลอการิทึมฐาน โดยอาศัยลอการิทึมฐานสิบได้ดังนี้



หรือ 

**จุดประสงค์การเรียนรู้**

1. นักเรียนสามารถเปลี่ยนฐานของลอการิทึมได้
2. นักเรียนสามารถนำการเปลี่ยนฐานของลอการิทึมไปประยุกต์ใช้แก้ปัญหาได้

**สาระการเรียนรู้**

การเปลี่ยนฐานของลอการิทึมจากฐานหนึ่งไปยังอีกฐานหนึ่ง เช่น ต้องการเปลี่ยน ให้อยู่ในรูป ทำได้ดังนี้

ให้  เมื่อ  และ 

จะได้ว่า 

ดังนั้น  เมื่อ  และ 



จะได้ 

นั่นคือ  

**ตัวอย่างที่ 1** กำหนดให้ และ จงหาค่าของ

วิธีทำ

ดังนั้น มี ค่าประมาณ 0.7053

ลอการิทึมอีกฐานหนึ่งที่ใช้มากและมีประโยชน์ในการศึกษาขั้นสูงต่อไปคือ ลอการิทึมฐาน เมื่อ เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนอตรรกยะจำนวนหนึ่งซึ่งมีค่าประมาณ 2.71828182846 เรียก ลอการิทึมฐาน ว่า ลอการิทึมแบบเนเปียร์ (Napierian logarithm) หรือ ลอการิทึมธรรมชาติ (natural logarithm) ในการเขียนลอการิทึมของ ฐาน นิยมเขียน แทน และอาจหาค่าลอการิทึมฐาน โดยอาศัยลอการิทึมฐานสิบได้ดังนี้



หรือ 

แต่ เมื่อ

ดังนั้น

หรือ

ข้อสังเกต

**ตัวอย่างที่ 2** กำหนดให้ และ

จงหาค่าของ และ

**วิธีทำ**

**กระบวนการจัดการเรียนรู้**

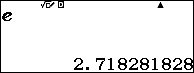
1. ครูใช้คำถามเพื่อทบทวนความรู้นักเรียนเรื่อง สมบัติของลอการิทึม โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz ดังที่กำหนดให้

1.1  1.2 

1.3  1.4 

1.5  1.6 

1. ครูแบ่งกลุ่มนักเรียน 3 - 4 คน โดยคละความสามารถ ให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรมมารู้จักการเปลี่ยนฐานกันเถอะ ตอนที่ 1 โดยใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz (ขั้นการสำรวจ)
2. ครูอธิบายเพิ่มเติมเกี่ยวกับลอการิทึมฐาน เมื่อ เป็นสัญลักษณ์แทนจำนวนอตรรกยะจำนวนหนึ่ง โดยครูให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการสำรวจค่าของ จะได้ดังนี้



1. ครูอธิบายเพิ่มเติมว่า มีค่าประมาณ 2.71828182846 เรียก ลอการิทึมฐาน ว่า ลอการิทึมแบบเนเปียร์ (Napierian logarithm) หรือ ลอการิทึมธรรมชาติ (natural logarithm) ในการเขียนลอการิทึมของ ฐาน นิยมเขียน แทน  จากนั้นครูให้นักเรียนแต่ละกลุ่มทำใบกิจกรรม ที่ 14 ตอนที่ 2
2. นักเรียนสังเกตความสัมพันธ์ขอค่าของลอการิทึมจากใบกิจกรรมที่ 14 ทั้งตอนที่ 1 และตอนที่ 2 พร้อมทั้งตอบคำถามในใบกิจกรรม (ขั้นการหาความสัมพันธ์)
3. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการเปลี่ยนฐานของลอการิทึมและลอการิทึมธรรมชาติ โดยครูอาจนำนักเรียนพิสูจน์สมบัติการเปลี่ยนฐานลอการิทึมดังนี้ (ขั้นการสรุปความสัมพันธ์)

ให้  เมื่อ  และ 

จะได้ว่า 

ดังนั้น  เมื่อ  และ 



จะได้ 

นั่นคือ  

1. นักเรียนทำโจทย์เสริมทักษะเพื่อเพิ่มความเข้าใจในการเปลี่ยนฐานของลอการิทึม โดยไม่ต้องใช้เครื่องคำนวณ และครูและนักเรียนร่วมกันเฉลยคำตอบ (ขั้นการฝึกทักษะ)
2. ครูยกตัวอย่างการนำความรู้เรื่องลอการึทึมฐาน ไปประยุกต์ได้ดังนี้ (ขั้นการประยุกต์ใช้)

Gateway Arch เป็นจุดชมวิว ตั้งอยู่ที่เมืองเซนต์หลุยส์ รัฐมิสซูรี ประเทศสหรัฐอเมริกา สร้างเสร็จในปี ค.ศ. 1965 ออกแบบเป็นลักษณะโค้งโดยฟังก์ชันที่ประกอบด้วยฟังก์ชันเอกซ์โพเนนเชียล และมีสมการในรูป



เมื่อ  แทนระยะในแนวนอนที่วัดจากแกนกลางของ Arch และ  คือความสูงจากพื้นมีหน่วยเป็นฟุต

A large body of water with a city in the background

Description automatically generated

จงหา

1. ความสูงของ Arch
2. ชายคนหนึ่งปีนขึ้นไปบน Arch ถ้าชายคนนี้ห่างจากแกนกลางของ Arch เป็นระยะ 50 ฟุตชายคนนี้จะสูงขึ้นจากพื้นเป็นระยะเท่าใด
3. จากข้อ 2 ถ้าชายคนนี้อยู่สูงจากพื้นเป็นระยะ 400 ฟุต จะได้ว่าเขาอยู่ห่างจากแกนกลางของ Arch เป็นระยะเท่าใด

**วิธีคิด**

ข้อ 1. แทนค่า  จะได้



จึงได้ว่า Gateway Arch สูงประมาณ 626 ฟุต

ข้อ 2. แทนค่า  จะได้

 (ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการคำนวณ)

จึงได้ว่าชายผู้นี้อยู่สูงจากพื้นเป็นระยะประมาณ 617 ฟุต

ข้อ 3. แทนค่า  จะได้



ดังนั้นหรือ  (ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ในการคำนวณ)

จึงได้ว่าชายผู้นี้อยู่ห่างจากแกนกลาง Arch เป็นระยะประมาณ 214 ฟุต

1. ให้นักเรียนพิจารณาตัวอย่างที่ 1 และ 2 ว่าสมการใดเป็นจริง โดยสามารถใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ตรวจสอบ (ขั้นการแสดงมโนทัศน์ที่คลาดเคลื่อน)

ตัวอย่างที่ 1 หรือ

คำตอบคือ

ตัวอย่างที่ 2  หรือ 

คำตอบคือ )

1. ครูและนักเรียนร่วมกันสรุปการเปลี่ยนฐานของลอการิทึมและลอการิทึมธรรมชาติ (ขั้นสรุป)
2. ครูให้นักเรียนทำแบบฝึกหัด 2.5 หน้า 165 จากหนังสือเรียน สสวท. รายวิชาเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551

**สื่อการเรียนรู้/แหล่งเรียนรู้**

1. ใบกิจกรรมที่ 14 มารู้จักการเปลี่ยนฐานกันเถอะ
2. ใบฝึกทักษะที่ 14 การเปลี่ยนฐานของลอการิทึมและลอการิทึมธรรมชาติ
3. แบบฝึกหัดที่ 2.5 หน้า 165 ในหนังสือเรียน สสวท. รายวิชาเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
4. เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO รุ่น fx-991EX Classwiz

**การวัดและการประเมินผล**

1. ประเมินจากการทำใบกิจกรรมที่ 14 มารู้จักการเปลี่ยนฐานกันเถอะ
2. ประเมินจากการทำใบฝึกทักษะที่ 14 การเปลี่ยนฐานของลอการิทึมและลอการิทึมธรรมชาติ
3. ประเมินจากการทำแบบฝึกหัดที่ 2.5 หน้า 165 ในหนังสือเรียน สสวท. รายวิชาเพิ่มเติม ชั้นมัธยมศึกษาปีที่ 4 เล่ม 2 ตามผลการเรียนรู้ กลุ่มสาระการเรียนรู้คณิตศาสตร์ (ฉบับปรับปรุง พ.ศ. 2560) ตามหลักสูตรแกนกลางการศึกษาขั้นพื้นฐาน พุทธศักราช 2551
4. ประเมินจากการตอบคำถามในชั้นเรียน

**ใบกิจกรรมที่ 14**

**มารู้จักการเปลี่ยนฐานกันเถอะ**

**ตอนที่ 1**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO fx-991EX Classwiz เพื่อหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้ และเติมลงในช่องว่าง

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ข้อ | ลอการิทึม | ค่าของลอการิทึม | ข้อ | ลอการิทึม | ค่าของลอการิทึม |
| 1.1 |  |  | 1.2 |  |  |
| 2.1 |  |  | 2.2 |  |  |
| 3.1 |  |  | 3.2 |  |  |
| 4.1 |  |  | 4.2 |  |  |
| 5.1 |  |  | 5.2 |  |  |
| 6.1 |  |  | 6.2 |  |  |

จากการสำรวจข้างต้น ข้อใดบ้างที่มีค่าของลอการิทึมเท่ากัน

………………………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………………

ดังนั้นนักเรียนคาดการณ์ได้ว่า

เมื่อ , และ , 

**ตอนที่ 2**

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์ CASIO fx-991EX Classwiz เพื่อหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้ และเติมลงในช่องว่าง (ทศนิยม 4 ตำแหน่ง)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| ข้อ | ลอการิทึม | ค่าของลอการิทึม |
| 1 |  |  |
| 2 |  |  |
| 3 |  |  |
| 4 |  |  |
| 5 |  |  |
| 6 |  |  |
| 7 |  |  |
| 8 |  |  |
| 9 |  |  |

จากการสำรวจข้างต้น ข้อใดบ้างที่มีค่าของลอการิทึมเท่ากัน

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………

……………………………………………………………………………………………………………………………………………………

ดังนั้นสรุปได้ว่า 

.

**แบบฝึกทักษะที่ 14**

# การเปลี่ยนฐานของลอการิทึมและลอการิทึมธรรมชาติ

**คำชี้แจง** ให้นักเรียนเติมช่องว่างให้สมบูรณ์ โดยไม่ใช้เครื่องคำนวณวิทยาศาสตร์

1. กำหนด และ จงหาค่าของ

=…………………………………………………………………………………

=…………………………………………………………………………………

=…………………………………………………………………………………

=…………………………………………………………………………………

=…………………………………………………………………………………

=…………………………………………………………………….………..…

=……………………………………………………………………………….…

=…………………………………………………………………………………

=…………………………………………………………………………………

1. กำหนด และ

=…………………………………………………………………………………

=…………………………………………………………………………………

1. กำหนด จงหาค่าของ

………………………………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………………………

1. กำหนด log 3 2 = 0.631 จงหาค่าของ log 2 3 และ log 8 9

………………………………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………………………

………………………………………………………………………………………………………………………………………………

1. จงหาค่าของลอการิทึมต่อไปนี้ โดยใช้ตารางค่าลอการิทึม

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |
|  |  |

**ตารางค่าลอการิทึม**

